



TITLE:

乱流渦ダイナモと土星の白斑(流れの不安定性と乱流の渦構造)

AUTHOR(S):

横井, 喜充; 吉澤, 徴

CITATION:

横井, 喜充 ...[et al]. 乱流渦ダイナモと土星の白斑(流れの不安定性と乱流の渦構造). 数理解析研究所講究録 1991, 767: 126-139

ISSUE DATE:

1991-09

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/82305>

RIGHT:

乱流渦ダイナモと土星の白斑

東大生研 横井喜充 (Nobumitsu Yokoi)

東大生研 吉澤 徴 (Akira Yoshizawa)

1. はじめに

乱流現象に特徴的なことは、大きなスケールの構造で注入されたエネルギーが、小さなスケールの構造で散逸することである。つまり、乱流中では、大規模な流体の構造は、そのままでは消失してしまう。したがって、大きなスケールの構造が維持されていくためには、小さなスケールから大きなスケールへエネルギーが還元される何らかの機構が必要となる。このような逆カスケード機構の典型的な例のひとつに、惑星の磁場を維持する磁気ダイナモがある。そこでは、乱流によって起電力が生じ、それによって大規模な磁場の構造が維持されていると考えられている¹⁻³。

ここでは、逆カスケード過程の別の場合として、回転系にある大規模渦構造を例にとり、その維持機構を考えてみたい。この維持機構は渦ダイナモと呼ばれ⁴、土星の大白斑の維持

機構を説明する有力なモデルになると思われる。

2. 基礎方程式

一様回転系にある非圧縮性流体を支配する方程式は、
ナヴィエ＝ストークス方程式

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) + 2\boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{u} = -\nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} \quad (1)$$

と、非圧縮性条件

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

である。ここで、 \mathbf{u} は速度であり、 p は圧力を密度で割ったものに遠心力の効果を含めたもの、 $\boldsymbol{\omega}_p$ は惑星等の回転角速度、 ν は動粘性率である。また、ダイアディクスの発散は

$$[\nabla \cdot (\mathbf{A}\mathbf{A})]^\alpha = \frac{\partial}{\partial x^a} A^\alpha A^a \quad (3)$$

を意味している。

一方、渦度方程式は、

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} = \nabla \times [\mathbf{u} \times (\boldsymbol{\omega} + 2\boldsymbol{\omega}_p) - \nu \nabla \times \boldsymbol{\omega}] \quad (4)$$

のように書ける。この渦度方程式は、磁場の誘導方程式

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \nabla \times [\mathbf{u} \times \mathbf{b} - \lambda \nabla \times \mathbf{b}] \quad (5)$$

と全く同じ形をしている点が注目される。つまり、前者の渦度場 ($\boldsymbol{\omega} + 2\boldsymbol{\omega}_p$) が後者の磁場 (\mathbf{b}) に対応し、動粘性率 (ν) が磁場拡散率 (λ) に対応している。しかし、磁場 (\mathbf{b}) が速度場 (\mathbf{u}) と独立であるのに、渦度場 ($\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$) は独立でないという点

が両者の本質的な違いである。速度場(\mathbf{u})を既知とすれば式(5)は磁場(\mathbf{b})について線型の方程式であるのに対し、式(4)は $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$ という束縛を伴った非線型の方程式である⁵。したがって式(5)の解として得られた結果を式(4)にそのまま適用することはできないのである。この点はまた後ほど触れる。

3. ゆらぎの効果

次に、速度、圧力、渦度等の場の量を、次のように平均場の部分とゆらぎ部分とに分ける。

$$f = F + f', \quad F = \langle f \rangle \quad (6)$$

$$f = (\mathbf{u}, \quad p, \quad \boldsymbol{\omega}) \quad (7a)$$

$$F = (\mathbf{U}, \quad P, \quad \boldsymbol{\Omega}) \quad (7b)$$

$$f' = (\mathbf{u}', \quad p', \quad \boldsymbol{\omega}') \quad (7c)$$

$\langle \cdot \rangle$ はアンサンブル平均を意味している。すると、平均場の方程式は、速度場と渦度場についてそれぞれ、

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U}\mathbf{U}) + 2\boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{U} = -\nabla P + \nu \Delta \mathbf{U} + \nabla \cdot \mathbf{R} \quad (8a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (8b)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\Omega}}{\partial t} = \nabla \times [\mathbf{U} \times (\boldsymbol{\Omega} + 2\boldsymbol{\omega}_p) + \mathbf{V}_M - \nu \nabla \times \boldsymbol{\Omega}] \quad (9a)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\Omega} = 0 \quad (9b)$$

$$R^{\alpha\beta} \equiv -\langle u'^{\alpha} u'^{\beta} \rangle \quad (10)$$

$$\mathbf{V}_M \equiv \langle \mathbf{u}' \times \boldsymbol{\omega}' \rangle = \nabla \cdot \mathbf{R} \quad (11)$$

のように書ける。 \mathbf{R} 、 \mathbf{V}_M はそれぞれ、レイノルズ応力、乱流渦起動力とよばれる量で、ゆらぎ・乱流場の平均場に与える効果を表す量である。したがって、乱流中の大規模構造を調べるためには、これらの量について知ることが不可欠ある。

さて、磁場の誘導方程式(5)を平均部分とゆらぎ部分とに分けると、

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times [\mathbf{U} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}_T - \lambda \nabla \times \mathbf{B}] \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathbf{b}'}{\partial t} = \nabla \times [\mathbf{U} \times \mathbf{b}' + \mathbf{u}' \times \mathbf{B} + \mathbf{u}' \times \mathbf{b}' - \mathbf{E}_T - \lambda \nabla \times \mathbf{b}'] \quad (13)$$

$$\mathbf{E}_T \equiv \langle \mathbf{u}' \times \mathbf{b}' \rangle \quad (14)$$

のようになる。 \mathbf{E}_T は乱流起電力とよばれる量で、乱流部分の平均磁場に対する効果を表している。磁気ダイナモの理論ではこの \mathbf{E}_T を、場の一様・非一様性にかかわらず、

$$\mathbf{E}_T = \alpha \mathbf{B} - \beta \nabla \times \mathbf{B} + \gamma (\Omega + 2\omega_p) \quad (15)$$

のようにモデル化する。この表式を平均磁場の方程式(12)に代入するとすぐにわかるが、第一項が、乱流によって電流と(反)平行な平均磁場が維持される効果(α 効果)を表している項である。このことから類推して乱流渦起動力(\mathbf{V}_M)を

$$\mathbf{V}_M = \alpha_v \Omega \quad (16)$$

のように仮定することが考えられる。ところが、 $\mathbf{V}_M (= \nabla \cdot \mathbf{R})$ が渦度 $\Omega (= \nabla \times \mathbf{U})$ に比例するということは、 \mathbf{R} が \mathbf{U} に比例するということを意味するため、一様な非圧縮性流体では、

レイノルズ応力に対するガリレイ不変性の要請⁶を破ってしまう。したがって、一様性について何の制限も加えない(16)の仮定は許されない。先述した渦度方程式と磁場の誘導方程式との本質的な違いがここにも現われている。

そこで、レイノルズ応力(\mathbf{R})と渦起動力(\mathbf{V}_M)を回転系で求めるための準備として、乱流エネルギー密度(K)と乱流ヘリシティ密度(H)という概念を導入する。

これらの量の収支を表す式は、

$$K = \left\langle \frac{1}{2} \mathbf{u}'^2 \right\rangle \quad (17)$$

$$H = \langle \mathbf{u}' \cdot \boldsymbol{\omega}' \rangle \quad (18)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U}F) = P_F - \varepsilon_F + \nabla \cdot \mathbf{T}_F \quad (F = K \text{ or } H) \quad (19)$$

$$P_K = R^{ab} \frac{\partial U^b}{\partial x^a} \quad (20)$$

$$\varepsilon_K = \nu \left\langle \frac{\partial u'^b}{\partial x^a} \frac{\partial u'^b}{\partial x^a} \right\rangle \quad (21)$$

$$\mathbf{T}_K = - \left\langle \left(\frac{1}{2} \mathbf{u}'^2 + p' \right) \mathbf{u}' \right\rangle \quad (22)$$

$$P_H = R^{ab} \left(\frac{\partial \Omega^b}{\partial x^a} \right) - (\boldsymbol{\Omega} + 2\boldsymbol{\omega}_p) \cdot \mathbf{V}_M \quad (23)$$

$$\varepsilon_H = 2\nu \left\langle \frac{\partial u'^b}{\partial x^a} \frac{\partial \omega'^b}{\partial x^a} \right\rangle \quad (24)$$

$$\mathbf{T}_H = K(\boldsymbol{\Omega} + 2\boldsymbol{\omega}_p) - \langle (\mathbf{u}' \cdot \boldsymbol{\omega}') \mathbf{u}' \rangle + \left\langle \left(\frac{\mathbf{u}'^2}{2} - p' \right) \boldsymbol{\omega}' \right\rangle \quad (25)$$

のように表せる。ここで P_F は生成項で、乱流部分への当該物理量(F)の注入率を表している。 ε_F は散逸項であり、分子粘性による散逸の効果を表している。 $\nabla \cdot \mathbf{T}_F$ は輸送項であり、発散の形で表されていることからわかるように流体の体積全

体にわたって積分するとゼロとなり、実質的寄与はない。

乱流エネルギー密度の生成率(P_K)が平均速度勾配に比例する(式(20)参照)のに対し、乱流ヘリシティ密度の生成率(P_H) (の一部)は平均渦度勾配に比例する(式(23)第一項参照)点が対照的である。また P_H の残りの部分は系の回転(ω_p)に比例していることがわかる(式(23)第二項参照)。

同様に、平均流エネルギー密度(E)と平均流ヘリシティ密度(H_M)についての収支の式をたてると、

$$E = \frac{1}{2} U^2 \quad (26)$$

$$H_M = \mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\Omega} \quad (27)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U}F) = P_F - \varepsilon_F + \nabla \cdot \mathbf{T}_F \quad (F = E \text{ or } H_M) \quad (28)$$

$$P_E = -R^{ab} \frac{\partial U^b}{\partial x^a} = -P_K \quad (29)$$

$$\varepsilon_E = \nu \frac{\partial U^b}{\partial x^a} \frac{\partial U^b}{\partial x^a} \quad (30)$$

$$\mathbf{T}_E = (\mathbf{R} - P\mathbf{I})\mathbf{U} \quad (31)$$

$$P_{H_M} = -R^{ab} \frac{\partial \Omega^b}{\partial x^a} + (\boldsymbol{\Omega} + 2\boldsymbol{\omega}_p) \cdot \mathbf{V}_M - 2\boldsymbol{\omega}_p \cdot \langle \mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} \rangle \quad (32a)$$

$$= -P_H - 2\boldsymbol{\omega}_p \cdot \langle \mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} \rangle \quad (32b)$$

$$\varepsilon_{H_M} = 2\nu \frac{\partial U^b}{\partial x^a} \frac{\partial \Omega^b}{\partial x^a} \quad (33)$$

$$\mathbf{T}_{H_M} = E(\boldsymbol{\Omega} + 2\boldsymbol{\omega}_p) + (\mathbf{R} - P\mathbf{I})\boldsymbol{\Omega} - \mathbf{U} \times \langle \mathbf{u}' \times \boldsymbol{\omega}' \rangle \quad (34)$$

のようになる。これを乱流部分の収支の式と比べると、 $\nu = 0$ 、外力 $= 0$ の極限で総エネルギー($\int \mathbf{u}^2/2 dV$)と総ヘリシティ($\int \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega} dV$)が保存量であることがはっきりする(式(20))

と(29)、式(23)と(32)、それぞれを参照)。

乱流ヘリシティ密度(H)は、座標反転によって符号が反転する擬スカラー量である。一方、系が反転対称な場合、 \mathbf{u} や $\boldsymbol{\omega}$ の場自体の対称性から、 $\langle \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega} \rangle$ の値は変わらないはずである。したがって反転対称な系では、乱流ヘリシティ密度の値はゼロしか許されない。逆に言うと、系の反転対称性が破れているときにのみ、乱流ヘリシティ密度はゼロでない値を取りうる。つまり、系の反転対称性の破れ、惑星の場合で言えば系が自転し、その回転軸の向きが特定されているということを表す指標がヘリシティという保存量である。

さらに、乱流ヘリシティ密度(H)の収支の式(23)、(25)中で、平均渦度が $(\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\omega}_p)$ という型で現われていることが注目される。この点は、平均渦度場の方程式(9a)中においても言えることである。平均渦度がこの型で現われることは、渦度 $\boldsymbol{\Omega}$ の渦糸は $\boldsymbol{\Omega}/2$ の回転角速度で自転していることと考え合わせると興味深い。つまり、系の回転角速度($\boldsymbol{\omega}_p$)は、平均渦度 $\boldsymbol{\Omega}$ が $2\boldsymbol{\omega}_p$ だけ増えて $\boldsymbol{\Omega} + 2\boldsymbol{\omega}_p$ になる効果をもたらしているのである。このことを利用すれば、平均渦度が $\boldsymbol{\Omega}$ のとき、その渦度の(摂動展開ではより高次の項として現われる)効果を回転角速度($\boldsymbol{\omega}'_p = \boldsymbol{\omega}_p + \boldsymbol{\Omega}/2$)として取り込むことも可能となる。

4. 回転系における非一様乱流理論

乱流場の平均場に対する影響を表しているレイノルズ応力 (\mathbf{R}) と乱流渦起動力 (\mathbf{V}_M) とを統計理論によって評価する。ここでは、TSDIA (two-scale direct interaction approximation)⁷⁻⁹ の手法を用いて計算を実行する。その手続きは以下のように要約される。

(a) スケール・パラメーター δ を用いて、小さなスケールと大きなスケールという二つのスケールを導入する：

$$\xi = \mathbf{x}, \quad \mathbf{X} = \delta \mathbf{x} ; \quad \tau = t, \quad T = \delta t \quad (\delta \ll 1) \quad (35)$$

これによって、場の量を、ゆっくり変化する部分と速く変化する部分とに分ける：

$$f = F(\mathbf{X}; T) + f'(\xi, \mathbf{X}; \tau, T) \quad (36)$$

このパラメーター δ は計算の最終段階で $\delta=1$ となるものである。

(b) 速く変化する量はゆらぎ部分を表しており、フーリエ変換によって、波数空間で表現することができる：

$$f'(\xi, \mathbf{X}; \tau, T) = \int d\mathbf{k} f'(\mathbf{k}, \mathbf{X}; \tau, T) \exp[-i \mathbf{k} \cdot (\xi - \mathbf{U}\tau)] \quad (37)$$

(c) f' を δ の冪で展開し、基礎方程式に代入する：

$$f'(\mathbf{k}, \mathbf{X}; \tau, T) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta^n f'_n(\mathbf{k}, \mathbf{X}; \tau, T) \quad (38)$$

(d) 通常の TSDIA の手続きでは、この段階で任意の高次の場 $f'_n (n > 1)$ は、平均場に陽に依存しない δ^0 次の場 \mathbf{u}'_0 と平

均場 \mathbf{U} とによって表現される。ところが、回転系の場合は、 \mathbf{u}'_0 がまだ外部パラメーター ω_p に依存しているため、そのままではこの場に簡単な統計的性質を仮定することができない。そこで、 \mathbf{u}'_n を、 $\omega_p=0$ のときの \mathbf{u}'_n である基本場 \mathbf{u}'_{n0} のまわりで展開する (回転パラメーターによる展開) :

$$\mathbf{u}'_0(\mathbf{k}, \mathbf{X}; \tau, T) = \mathbf{u}'_B(\mathbf{k}, \mathbf{X}; \tau, T) + \sum_{m=1}^{\infty} |\omega_p|^m \mathbf{u}'_{0m}(\mathbf{k}, \mathbf{X}; \tau, T) \quad (39a)$$

$$\mathbf{u}'_n(\mathbf{k}, \mathbf{X}; \tau, T) = \sum_{m=0}^{\infty} |\omega_p|^m \mathbf{u}'_{nm}(\mathbf{k}, \mathbf{X}; \tau, T) \quad (n \geq 1) \quad (39b)$$

(e) 式 (39a) の基本場 \mathbf{u}'_B は、等方的ではあるが反転対称性を持たない場である。別の言葉で言えば、狭義の回転には不変だが、反転に対する不変性は失っているような場である。この場には、次のような統計的性質を仮定する :

$$\begin{aligned} & \frac{\langle u'^{\alpha}(\mathbf{k}, \mathbf{X}; \tau, T) u'^{\beta}(\mathbf{k}', \mathbf{X}; \tau', T) \rangle}{\delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}')} \\ &= D^{\alpha\beta}(\mathbf{k}) Q_B(k, \mathbf{X}; \tau, \tau', T) + \frac{i k^a}{2 k^2} \varepsilon^{\alpha\beta a} H_B(k, \mathbf{X}; \tau, \tau', T) \end{aligned} \quad (40)$$

$$\langle G'^{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{X}; \tau, \tau', T) \rangle = D^{\alpha\beta}(\mathbf{k}) G(k, \mathbf{X}; \tau, \tau', T) \quad (41)$$

$$D^{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \delta^{\alpha\beta} - \frac{k^{\alpha} k^{\beta}}{k^2} \quad (42)$$

ここで $G'^{\alpha\beta}$ は \mathbf{u}'_B のグリーン函数であり、 $D^{\alpha\beta}$ はいわゆる射影演算子である。この仮定が、等方的な系を最低次で記述する最も一般的な型である。これにより、ヘリシティを通して系の反転対称性の破れを取り込んでいることになる。また、次のように規格化してある :

$$\left\langle \frac{1}{2} \mathbf{u}'_B{}^2 \right\rangle = \int Q_B(k, \mathbf{X}; \tau, \tau, T) d\mathbf{k} \quad (43)$$

$$\langle \mathbf{u}'_B \cdot \boldsymbol{\omega}'_B \rangle = \int H_B(k, \mathbf{X}; \tau, \tau, T) d\mathbf{k} \quad (44)$$

(f) これらの仮定の下で、統計量をグリーン関数のくりこみ(DIA)¹⁰⁻¹¹によって計算する。

結果は、 $O(\delta^0 |\boldsymbol{\omega}_p|^1)$ および $O(\delta^1 |\boldsymbol{\omega}_p|^0)$ までの計算で以下に示すようになる。

$$I_0\{A\} = \int d\mathbf{k} A(k, \mathbf{x}; \tau, \tau, T) \quad (45a)$$

$$I_1\{A, B\} = \int d\mathbf{k} k^2 \int d\tau_1 A(k, \mathbf{x}; \tau, \tau_1, T) B(k, \mathbf{x}; \tau, \tau_1, T) \quad (45b)$$

という略記法を用いて、

レイノルズ応力：

$$\mathbf{R} = -\frac{2}{3} K \mathbf{I} + \nu_T [\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^+] - \left[\boldsymbol{\omega}_p \boldsymbol{\gamma} + (\boldsymbol{\omega}_p \boldsymbol{\gamma})^+ - \frac{2}{3} \boldsymbol{\omega}_p \boldsymbol{\gamma} \mathbf{I} \right] \quad (46)$$

乱流エネルギー密度：

$$K = I_0\{Q_B\} - I_1\left\{G, \frac{DQ_B}{Dt}\right\} + \frac{2}{3} \boldsymbol{\omega}_p \cdot I_1\{G, \nabla H_B\} \quad (47)$$

乱流粘性：

$$\nu_T = \frac{7}{15} I_1\{G, Q_B\} \quad (48)$$

比例定数：

$$\gamma = \frac{1}{15} I_1\{G, \nabla H_B\} \quad (49)$$

であり、また、 \mathbf{I} は単位行列を、 \mathbf{A}^+ は行列 \mathbf{A} の共役を、それぞれ意味している。

乱流渦起動力：

$$\mathbf{V}_M = \nabla \cdot \mathbf{R} = -\boldsymbol{\omega}_p \cdot \nabla \boldsymbol{\gamma} - (\boldsymbol{\omega}_p \cdot \nabla) \boldsymbol{\gamma} - \nu_T \nabla \times \boldsymbol{\Omega} + R.T. \quad (50)$$

ここで $R.T.$ は $\nabla \nu_T$ の形を持つ項であり、 $\boldsymbol{\Omega}$ の式で $(\nabla \times)$ を作

用させると消える項であるため、明示していない。

これらの表式から、乱流中で大きなスケールの渦構造の維持に重要な働きをする乱流渦起動力($\mathbf{V}_M (= \nabla \cdot \mathbf{R})$)は系の回転角速度(ω_p)に比例し、その比例乗数(γ)は乱流ヘリシティ密度の非一様性(∇H)によって表されることがわかる。そして、前述のごとく、乱流ヘリシティ密度(H)自体は系の回転(ω_p)によって維持されている。つまり、系の回転によるコリオリ力と乱流ヘリシティとがカップリングすることで、乱流中での大規模渦構造は維持されているのである。

5. 土星白斑のダイナモ

前節で得られた結果を、最近NASAのHubble 宇宙望遠鏡によって発見された土星の白斑(図1)の維持機構の説明に用いることができる。

この場合、平均渦度場方程式は式(9a)で与えられる：

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = \nabla \times [\mathbf{U} \times (\Omega + 2\omega_p) + \mathbf{V}_M - \nu \nabla \times \Omega] \quad (51)$$

平均渦度場の生成への乱流渦起動力からの寄与は、

$$\nabla \times \mathbf{V}_M = -(\nabla \alpha_r) \times \omega_p + \nu_T \Delta \Omega \quad (\alpha_r \equiv \nabla \cdot \gamma) \quad (52)$$

となる。この第二項は、乱流粘性(ν_T)による平均渦度の消失の効果を表している。第一項が土星の自転による平均渦度生成の効果を表しており、白斑の維持にあずかる項である。こ

の項を評価するにあたり、土星表面で図2のように座標系をとり、土星表面での鉛直方向、つまり、 z 方向への勾配が大きく、その他の方向への勾配は無視しうるとする(平面近似)：

$$\nabla \equiv \left(0, 0, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (53)$$

このとき自転の角速度ベクトル(ω_p)は、 x 方向成分を持たず、次のように表せる：

$$\omega_p = (0, \omega_p^y, \omega_p^z) \quad (54)$$

よって、渦起動力からの寄与は、

$$-(\nabla \alpha_R) \times \omega_p = \left(\frac{\partial \alpha_R}{\partial z} \omega_p^y, 0, 0 \right) \quad (55)$$

の形となる。

これから、土星表面では、 x 方向、つまり経度方向の平均渦度が維持されるということがわかる。ここで ω_p^y は、図のように頂角を θ とすると、

$$\omega_p^y = |\omega_p| \sin \theta \quad (56)$$

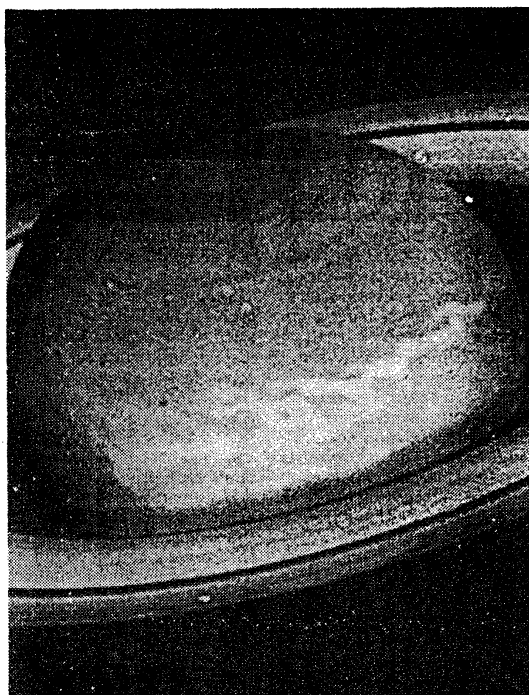


図1 Hubble宇宙望遠鏡の撮影した写真

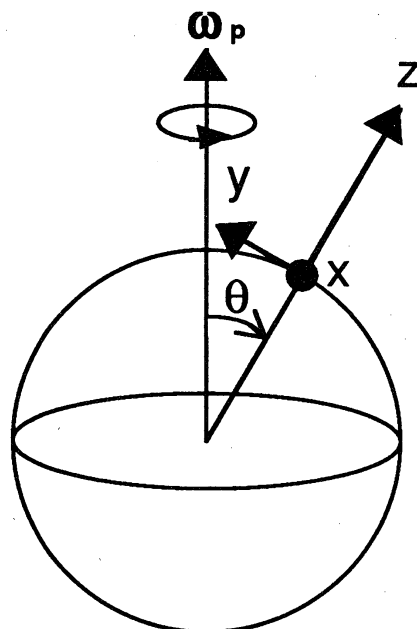


図2 土星表面での座標系の設定

と書けるので、赤道($\theta = 90^\circ$)付近で最大となり、したがって赤道付近で経度方向の渦の生成が最大となる。この渦が、経度方向へ流されることによって、土星表面に螺旋モードをもつ渦構造が維持されるのである。

この渦ダイナモのモデルによる描像は、Hubble宇宙望遠鏡によって撮影された土星の白斑の構造とよく一致しており、白斑を説明する理論として有力な候補になると思われる。

二、三注意する点を付記する。まず、Hubble宇宙望遠鏡からの写真にみられる白斑の渦構造は、土星表面に排出されたアンモニアが結晶化して、たまたま可視化されたものである。実際には表面上に幾つもの渦構造が存在していて、それが可視化されていないだけだと考えられる。

また、幾つも存在するであろう渦構造のそれぞれが右巻きか左巻きかについて簡単にいうことはできない。ただ、北半球(上半球)と南半球(下半球)とでは、乱流ヘリシティの総量の符号が正負逆転しているはずである(総量の大きさ自体も等しくはない)。写真の白斑の螺旋状渦の位置が、赤道直上でないこともこの事が原因だと思われる。

最後に、この乱流渦ダイナモのモデルは、実用上重要な円管内の旋回乱流の持続機構の説明に有効だと期待される。ここではヘリカルな構造を考慮にいれることが本質的に重要で

あると考えられるからである。その際、先述したように、流体の渦度(Ω)を系の回転角速度($\Omega/2$)と等価とみなして乱流渦起動力(V_M)についての表式をあてはめればよい。その結果については別の機会に報告したい。

文献

1. H. K. Moffatt, Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids (Cambridge U.P., Cambridge, 1978).
2. F. Krause and R. -H. Rädler, Mean-Field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory (Pergamon, Oxford, 1980).
3. A. Yoshizawa, Phys. Fluids B2, 1589 (1990).
4. O. G. Chkhetiani and V. V. Gvaramadze, Proceedings of the Joint Varenna-Abastumani International School and Workshop on Plasma Astrophysics (Varenna, Italy, 1988), Vol.1, p.363.
5. H. K. Moffatt, J. Fluid Mech. 106, 27 (1981).
6. A. Yoshizawa, Phys. Fluids A2, 838 (1990).
7. A. Yoshizawa, Phys. Fluids 27, 1377 (1984).
8. F. Hamba, J. Phys. Soc. Jpn. 56, 77 (1987).
9. Y. Shimomura and A. Yoshizawa, J. Phys. Soc. Jpn. 55, 1904 (1986).
10. R. H. Kraichnan, J. Fluid Mech. 5, 597 (1959).
11. R. H. Kraichnan, Phys. Fluids 7, 1048 (1964).